

M1: SUPERSEMINAŘ 1.

Opakování SŠ matematiky. Vlastně jde, pokud neumíš upravovat výraz a řešit jednoduché rovnice. Mají spec. věc, na SŠ matematiku.

Důležité je odvodit proč to a vyjádření se řeš. je řeš. Hledání se neuráčí.

Příp. malosti: web.

① $\frac{x-2}{|x|-1} \leq \frac{|x+3|}{x+2}$ (*) Důležité body $\{-3, -2, -1, 0, 1\}$

a) $x > 1: (*) \Leftrightarrow x^2 - 4 \leq (x-1)(x+3) \Leftrightarrow 0 \leq 2x+1 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2} : (1, +\infty)$

b) $x \in (0, 1): (*) \Leftrightarrow \dots$ Stejně mr. ... $x \leq -\frac{1}{2} : \emptyset$

c) $x \in (-1, 0): (*) \Leftrightarrow x^2 - 4 \geq (-x-1)(x+3) \Leftrightarrow 2x^2 + 4x - 1 \geq 0; x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{6}}{2}$

$x \in (-\infty, -\frac{2-\sqrt{6}}{2}) \cup (-\frac{2+\sqrt{6}}{2}, +\infty)$

$\cap (-1, 0) = \emptyset$

d) $x \in (-2, -1): (*) \Leftrightarrow \dots$ Stejně mr. p.c) ... $\langle \frac{-2-\sqrt{6}}{2}, \frac{-2+\sqrt{6}}{2} \rangle \cap (-2, -1) = (-2, -1)$

e) $x \in (-3, -2): (*) \Leftrightarrow \dots$ Stejně jako v c) ... $\langle -3, \frac{-2-\sqrt{6}}{2} \rangle$

f) $x < -3: (*) \Leftrightarrow x^2 - 4 \geq (-x-1)(-x-3) \Leftrightarrow 4x+7 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq -\frac{7}{4} : (-\infty, -3)$

Dokreslování: $(-\infty, \frac{-2-\sqrt{6}}{2}) \cup (-2, -1) \cup (1, +\infty)$

② $\frac{4^{x^2}}{8^x} = 16 \Leftrightarrow 2^{2x^2-3x} = 2^4 \Leftrightarrow 2x^2-3x=4: x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{41}}{4}$

Pom: $\log x = \ln x = \log_e x; x^y = x^y \neq (x^y)^2$

③ $\log_{\frac{1}{3}}(P(x)) \geq \log_{\frac{1}{3}}(Q(x))$ A) $P(x) > 0 \rightarrow M$ B) $Q(x) > 0 \rightarrow N$ C) $P(x) \leq Q(x) \rightarrow V \in \log_{\frac{1}{3}} y \downarrow$ Výsledek: $M \cap N \cap V$.

Místo log by mohla být jiná fu $\Rightarrow D_f \subseteq \mathbb{R}$. Např. arcsin.

ad c) $f \uparrow \Rightarrow f(P(x)) \geq f(Q(x)) \Leftrightarrow P(x) \geq Q(x)$

$f \downarrow \Rightarrow \dots \Leftrightarrow P(x) \leq Q(x)$

④ $f(2x-3) \geq 0; \textcircled{a} f(y) \geq 0 \Leftrightarrow y \in M$

$2x-3 \in M \Leftrightarrow x \in \frac{M+3}{2}$

Pr: $M = (1, 4): \frac{M+3}{2} = (2, \frac{7}{2})$

Dát na web o-mr. a graf fu PDFa SŠ-PDF to co jsme dělali

Přehled z Prosemináře: ① Absolutní hodnota: vzdálenost - obrát. Posadí ve více dim.

1) $a \geq 0: |a| = a, -|a| \leq 0 \leq a = |a| \checkmark$
 $a < 0: |a| = -a, -|a| = a < 0 \checkmark$

2) $|x| < c \Leftrightarrow |x-0| < c \Leftrightarrow$ vzdál. x od 0 je $< c$.

$$\textcircled{1} |2^{x+2} + c| \in (-1, 3) \Leftrightarrow |2^{x+2} + c| \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq 2^{x+2} + c \leq 3$$

$$\Leftrightarrow -3 - c \stackrel{\textcircled{1}}{\leq} 2^{x+2} \stackrel{\textcircled{2}}{\leq} 3 - c$$

- a) $3 - c \leq 0 \Leftrightarrow c \geq 3$; $\emptyset$ eq. je kladná výř. m. $\textcircled{2}$
 b) $-3 - c \leq 0 \Leftrightarrow c \geq -3$; $\textcircled{1}$ splněna vždy
 c) $c < -3$; $\textcircled{1}$ je splněna $\Leftrightarrow \log_2(-3 - c) \leq x + 2 \Leftrightarrow x \geq \log_2(-3 - c) - 2$.
 d) $c < 3$; $\textcircled{2}$ je splněna $\Leftrightarrow x + 2 \leq \log_2(3 - c) \Leftrightarrow x \leq \log_2(3 - c) - 2$.

Závěr: $c \geq 3$: $\emptyset \Leftrightarrow a)$

$$c \in (-3, 3): (-\infty, \log_2(3 - c) - 2) \Leftrightarrow b), d)$$

$$c < -3: [\log_2(-3 - c) - 2, \log_2(3 - c) - 2]$$

Musí být vždy splněny obě ner. $\textcircled{1}$ i $\textcircled{2}$ a proto vždy promítáme pro příslušná c výsledky.

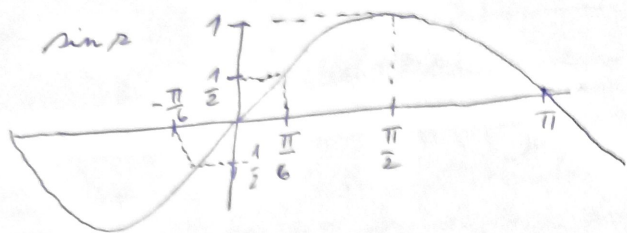
$$\textcircled{2} \log_2(x^2 + c - 3) \in (-1, 3) \Leftrightarrow x^2 + c - 3 \in (2^{-1}, 2^3) = (2, 8)$$

$$\Leftrightarrow x^2 \in (5 - c, 11 - c) \Leftrightarrow 5 - c \stackrel{\textcircled{1}}{\leq} x^2 \stackrel{\textcircled{2}}{<} 11 - c$$

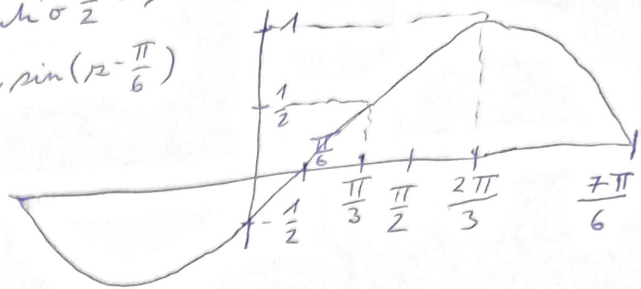
- a) $11 - c \leq 0 \Leftrightarrow c \geq 11$: $\textcircled{2} \Rightarrow x \in \emptyset$
 b) $c < 11$: $\textcircled{2} \Rightarrow x \in (-\sqrt{11 - c}, \sqrt{11 - c})$
 c) $5 - c \leq 0 \Leftrightarrow c \geq 5$: $\textcircled{1} \Rightarrow x \in \mathbb{R}$
 d) $c < 5$: $\textcircled{1} \Rightarrow x \in (-\infty, -\sqrt{5 - c}) \cup (\sqrt{5 - c}, +\infty)$

Závěr: $c \geq 11$: $\textcircled{1}$ a $\textcircled{2}$ jsou splněny pro $x \in \emptyset \Leftrightarrow a)$
 $c < 5$ ~~$c \in (-5, 5)$~~ : $\textcircled{1}$ a $\textcircled{2}$ ——— $x \in (-\sqrt{11 - c}, -\sqrt{5 - c}) \cup (\sqrt{5 - c}, \sqrt{11 - c}) \Leftrightarrow b), d)$
 $c \in \{5, 11\}$ ~~$c = 5$~~ : ——— $x \in (-\sqrt{11 - c}, \sqrt{11 - c}) \Leftrightarrow b), c)$

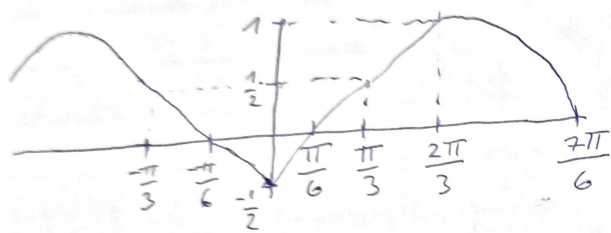
Př: $f(x) = |\sin(|x| - \frac{\pi}{6}) - \frac{1}{2}|$



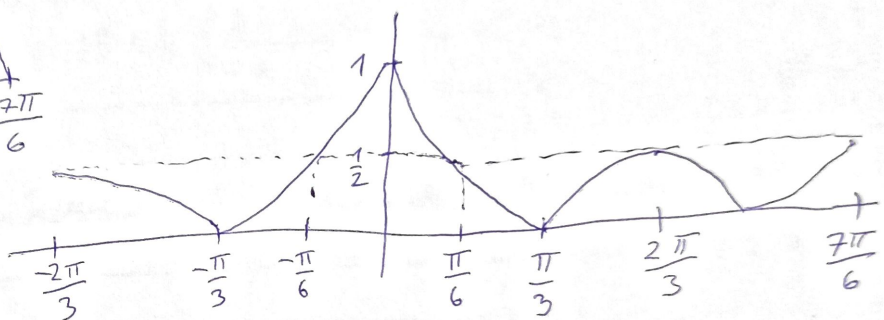
posunutí o $\frac{\pi}{2} \rightarrow$
~~sin(x)~~ $\sin(x - \frac{\pi}{6})$



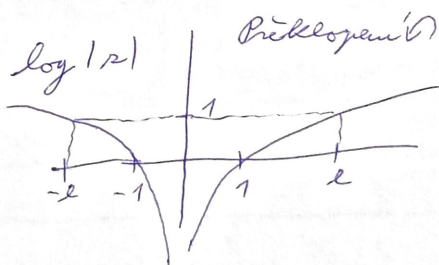
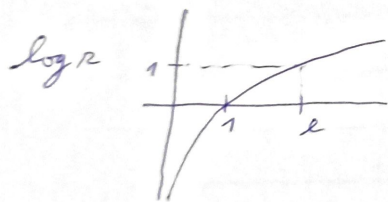
$\sin(|x| - \frac{\pi}{6})$: překlápění



* $f(x)$: posunutí o $\frac{1}{2}$ dolů a překlápění
 "spodkem nahoru"



Př: $g(x) = \log|1 + x - e|$



~~log|x|~~ $\log|x - e|$: posunutí o $e \rightarrow$ $g(x)$: překlápění
 log

